La matematica degli antichi Romani (I)

Via Appia

di Paolo Caressa

Gli antichi Romani: una stirpe pragmatica di contadini guerrieri? Che cosa c'è di vero in questo luogo comune? E di falso? In questo numero e nel prossimo, potreste venire a conoscenza di alcuni aspetti dell'antica civiltà romana che non vi sareste mai aspettati!

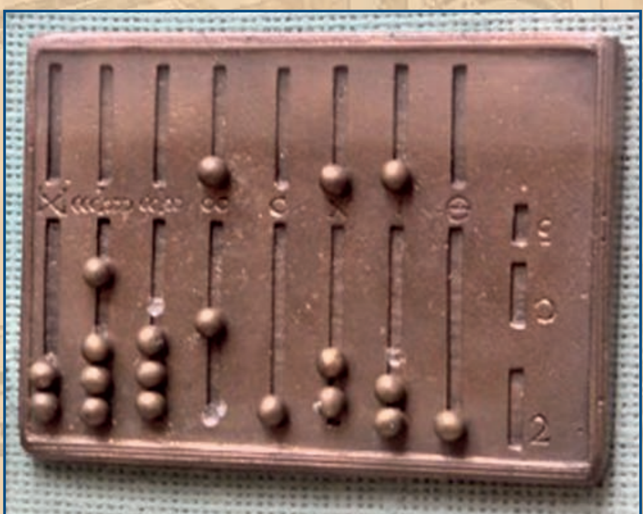
"Mamma li Romani!"

Uno dei libri più letti di storia della matematica è il trattato di Morris Kline *Storia del pensiero matematico* (Einaudi 1996, ed. orig. 1972) in due volumi, una disamina piuttosto dettagliata, che dedica le prime duecento pagine alla matematica nel mondo antico. Scrive Kline (p. 210): "I Romani erano gente pratica che si vantava della propria praticità. Essi intrapresero e portarono a termine vasti progetti ingegneristici [...] ma si rifiutarono di prendere in considerazione qualsiasi idea che andasse al di là delle particolari applicazioni concrete che stavano facendo in quel momento". Un giudizio piuttosto estremo per un'opera dettagliata come quella di Kline, il quale continua dicendo che la loro incapacità [dei Romani] di far compiere progressi alla matematica colpisce perché essi governarono un impero di dimensioni enormi. Ma questa osservazione non viene sviluppata e annega nel mare di contumelie che il matematico americano scrive a proposito di Roma.

Come esempio della brutalità dei Romani, Kline cita la distruzione della biblioteca di Alessandria da parte delle truppe di Cesare ("due secoli e mezzo di paziente raccolta di libri e mezzo milione di manoscritti che rappresentavano il fiore della cultura antica andarono in fumo", *ibid.* p. 211), che in realtà avvenne in parte solo alla fine del III secolo d.C. e definitivamente nel VII secolo d.C., e rievoca la loro politica espansionistica in questi termini degni di un sussidiario ottocentesco: "Le aree sottomesse diventavano colonie da cui veniva tratto un gran flusso di ricchezze mediante l'esproprio e la tassazione. Poiché la maggior parte degli imperatori erano egoisti, essi mandarono in rovina tutti i paesi che cadevano sotto il loro controllo. Quando nascevano delle rivolte, come ad Alessandria, i Romani non esitavano a soffocarle con fame e a uccidere, dopo averne avuto ragione, migliaia di abitanti".

Stupisce che uno storico consideri crimini odiosi quelli di un singolo popolo quando ciò era prassi comune nell'antichità. Ad esempio, nel 335 a.C. Alessandro Magno rase al suolo Tebe sterminandone la popolazione e deportando i superstiti, ed è difficile trovare popoli e nazioni antiche, a partire dai Greci, che non utilizzassero questi me-

todi per espandere i propri orizzonti territoriali e commerciali (a ben vedere fino a tempi assai recenti).
Il saggio di Kline è comunque scritto con rigore, a differenza dell'avvincente ma fantasioso libro di E.T. Bell, *I grandi matematici* (Sansoni 1950, ed. orig. 1937), ancora sulla cresta dell'onda, nel quale l'autore dà ampio sfogo ai suoi pruriti poetici, arando nel solco di molti luoghi comuni. Ecco un esempio: "Nella morte di Archimede scorgiamo il cozzo di una civiltà grossolanamente utilitaria contro qualche cosa di superiore che essa distrusse; Roma, uragano di vittorie e di porpora imperiale, dopo avere presso a poco distrutto Cartagine, si abbatteva sulla Grecia per spezzare la sua magnifica fragilità"! (p. 28).
Ci si può chiedere da dove provenga questo unanime coro di strali contro i "brutali" Romani distruttori dei "raffinati" Greci (anche se in realtà tutti questi autori parlando di grecità intendono ellenismo). Le fonti sono i grandi trattati degli studiosi ottocenteschi, infatuati dal pensiero ellenistico, che vedevano nelle altre civiltà antiche – in particolare nei Romani e nei Parti, che ebbero il "torto" di conquistare e annettere i regni ellenistici – tutto il male che evitavano di attribuire invece al mondo ellenistico. E infatti accanto ai Romani – rozzi contadini guerrieri – troviamo i Parti e i Persiani, considerati popoli schiavisti, teocratici e corrotti, secondo un luogo comune passato anche nella cultura popolare, come dimostra la pittoresca descrizione che Frank Miller ne fornisce nel fumetto *300*.
In effetti, se il Settecento è stato il secolo degli ammiratori della cultura latina (basti pensare alla stima che gli Illuministi nutrivano per Cicerone e Seneca), l'Ottocento è stato quello del Romanticismo, che vedeva nella Grecia antica una età dell'oro dell'arte e del pensiero. Grandi filologi studiarono, tradussero e curarono le edizioni critiche delle opere dei matematici ellenistici e greci, per esempio al danese Johan Ludvig Heiberg si devono le monumentali edizioni di Euclide e Tolomeo, e la scoperta del celebre palinsesto di Archimede, nel 1906, che merita un racconto a sé. Sua è la se-guente citazione, forse la madre remota delle precedenti, che traiamo dall'edizione italiana del 1924 (ed. orig. 1920) del volume *Matematiche, scienze naturali e medicina nell'antichità classica* nella traduzione di Guido Castelnuovo: "I Romani, col loro orizzonte stretto e rustico, la loro sobrietà pratica e di corte vedute, avevano sempre nel profondo del cuore quel misto di sospetto e di disprezzo per la scienza pura che è ancora il segno del semi istruito, che giunge talvolta a vantarsene". La fonte è un motto ciceroniano che sveleremo a tempo debito.



dida

Ma l'onda lunga di questo astio sdegnoso nei confronti di un intero popolo si protrae fino ai giorni nostri: un esempio notevole è il celebre ed erudito libro di Lucio Russo, *La rivoluzione dimenticata* (Feltrinelli 1997), che contiene moltissime e dettagliate informazioni di prima mano sulla matematica ellenistica (il che lo rende un'opera unica e insostituibile), raccolte tuttavia per servire l'ipotesi che la scienza così come oggi la concepiamo sia una invenzione ellenistica e non seicentesca. Non mancano, nel tripudio di esaltazione della cultura e della scienza ellenistiche, gli strali contro i conquistatori Romani, con le stesse argomentazioni che troviamo negli autori precedenti, più alcune di natura economica.

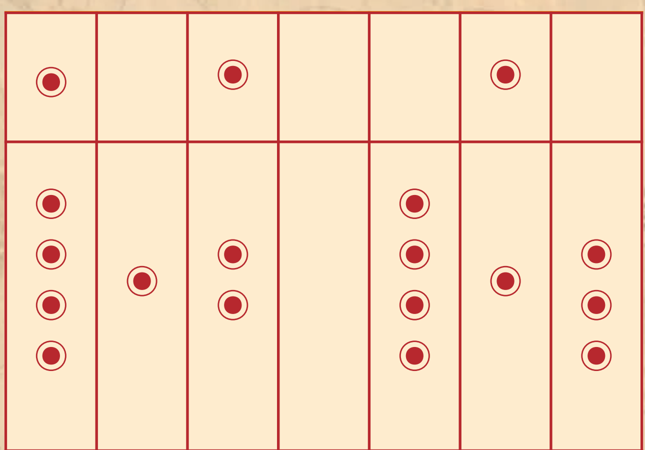
Informatica ante litteram

A questo punto la curiosità impone di verificare, sulla base di alcuni esempi tratti dalla letteratura latina, come i Romani effettivamente vedevano e utilizzavano la matematica: quello che emerge, infatti, è che, malgrado tutto quello che abbiamo riportato fin qui, aritmetica e geometria facevano parte della vita quotidiana della Roma tardo repubblicana e imperiale.
Possiamo subito osservare che non esistono matematici romani i cui nomi siano associati a teoremi o a oggetti geometrici, come è invece il caso degli ellenistici, quali Euclide, Archimede, Apollonio (Pitagora e Talete, due nomi associati alla geometria, fanno parte del periodo arcaico e non hanno lasciato testimonianze dirette, ma sono noti per essere citati da commentatori di parecchi secoli più tardi).
D'altra parte, se è esistita (come giustamente si afferma in molti trattati) una matematica babilonese, una matematica egizia, una matematica indù e anche una matematica maya, allora con lo stesso metro va misurata la matematica dei Romani. Per non parlare del vasto e interessantissimo *corpus* di testi matematici cinesi antichi, come i venerandi *Nove capitoli dell'arte matematica*, che conten-go-no moltissime idee, calcoli e algoritmi matematici applicati a svariate questioni, sebbene nessuna presentazio-

ne assiomatica: ciò non toglie che si tratti di un classico della storia del pensiero matematico.
Un primo esempio di questo tipo di matematica romana concerne gli algoritmi di calcolo: non solo i Romani li utilizzavano, ma perfezionarono lo strumento dell'abaco, noto ai Sumeri, ai Babilonesi e agli Egizi, inventando, per così dire, la prima calcolatrice tascabile della storia, un abaco che poteva rappresentare, con un sistema quinario, numeri minori di 10.000.000. Infatti gli abachi precedenti erano tavole, anche di ragguardevoli dimensioni, sulle quali si disponevano dei sassolini, che i Romani chiamavano *calculi* (da cui la parola *calcolo* che utilizziamo ancora oggi): un esempio celebre è la tavola di Salamina, non il nome di un'osteria ma un celebre reperto archeologico.

dida

La cosa sorprendente è che, a dispetto del complicato e inefficiente sistema che i Romani impiegavano per rappresentare i numeri (e che ancora oggi utilizziamo in certe circostanze), il sistema di rappresentazione degli abachi era posizionale: in pratica un numero intero si rappresentava con una sequenza di sassolini disposti in colonne, con ciascuna colonna divisa in due parti; nella parte supe-riore di una colonna la presenza del sassolino rappresentava una cifra maggiore o uguale a cinque, nella parte inferiore il resto modulo 5 della cifra. Per esempio la cifra 3 viene rappresentata con nes-sun sassolino nella parte superiore e 3 sassolini in quella inferiore, mentre la cifra 8 viene rappre-sentata con un sassolino nella parte superiore e 3 nella parte inferiore. Otto colonne consentivano di rappresentare numeri interi fra 0 e 9.999.999: per esempio il numero 9.170.463 veniva rappresentato come segue (le cifre meno significative stanno a destra):



Si noti la presenza della cifra zero, rappresentata dall'assenza di sassolini nella colonna. Gli abachi contenevano anche due cifre duodecimali; in effetti per i calcoli frazionari i Romani utilizzavano multipli di 1/12. L'idea di rendere portatile l'abaco dovette essere estremamente utile a mercanti, architetti, ingegneri ed esattori che viaggiavano nei territori dell'Impero, e la notazione posizionale di questi strumenti mostra come fosse possibile svolgere in modo semplice ed efficiente i calcoli nell'antichità.
Oltre alle calcolatrici, i Romani già usavano la crittografia: in effetti il più celebre codice crittografico del mondo antico si chiama *cifrario di Cesare* in quanto, come racconta Svetonio nella *Vita di Cesare*, il dittatore romano lo utilizzava per la corrispondenza riservata. Il principio è semplice: si sceglie una permutazione delle lettere, in realtà un semplice "slittamento" di un certo numero di po-sti per codificare ciascuna lettera con un'altra. Se per esempio scegliamo 3 come chiave della cifratura, allora ogni lettera del messaggio da cifrare sarà spostata di tre posti in avanti nell'ordinamento alfabetico (dove se il posto eccede l'ultima lettera Z si ricomincia dalla A). In pratica le corrispon-denze sono: A→D, B→E, C→F, …, W→Z, X→A, Y→B, Z→C. Per esempio la parola "segreto" diviene "vhjuhwr"; per ricostruirla si effettua lo spostamento inverso, di tre posti indietro. Come decifrare questo sistema crittografico usando l'analisi delle frequenze delle lettere è una delle grandi idee della scienza islamica: la si deve all'arabo al-Kindi (IX secolo), ed è illustrata molto bene nel celebre racconto di Edgar Allan Poe Lo scarabeo d'oro.
In sostanza si parte dall'osservazione che, in una data lingua, alcune lettere sono più frequenti di altre: per esempio in italiano, in media in un testo ci saranno il 12% di "a", il 5% di "s" e lo 0,5% di "z". Avendo di fronte un testo cifrato alla maniera di Cesare, si va per prima cosa a calcolare le frequenze di ciascuna lettera, e si cerca di farle corrispondere alle lettere le cui frequenze sono note. Per esempio il testo (dal quale eliminiamo gli spazi) "vediamo se riesci a decifrarmi" si codifica, secondo Cesare, in "yhgldprvhulhvfldghfliudupl", e l'analisi delle frequenze produce i seguenti va-lori per le lettere che compaiono testo cifrato: l = 19,2%, h = 15,4%, d = 11,5%, u = 11,5%, f = 7,7%, g = 7,7%, p = 7,7%, v = 7,7%, i = 3,8%, r = 3,8%, y = 3,8%. Già da questo è facile dedurre che "l" e "h" corrispondono a una lettera fra "e", "a", "i" (le lettere più frequenti in italiano); proce-dendo per tentativi e guidati da queste supposizioni, non è difficile sciogliere l'enigma, anche te-nendo conto delle coppie di lettere consecutive che possono o non possono comparire in italiano (per esempio dopo una "c" di solito segue una vocale, una "h" o un'altra "c" ecc.).

Agricoltori certo, ma non così rozzi!

Fin qua abbiamo parlato, in un certo senso, di argomenti di "informatica pre-tecnologica"; veniamo ora a qualche risultato puramente matematico, che prendiamo dal *Corpus agrimensorum*, una collezione di libri romani di agrimensura, vale a dire la tecnica di misurazione dei terreni, quello che letteralmente vuol dire il termine greco "geometria". Questo *Corpus* è composto da opere redatte in epoche diverse, principalmente in età imperiale, e offre

dida

uno spaccato della maggiore applicazione della geometria alla vita quotidiana.
La storia dell'agrimensura è antica quanto la storia dell'agricoltura, e quindi della civiltà: in effetti la necessità di misurare appezzamenti di terreno sorge in modo spontaneo quando si ammette l'esistenza di attività agricole non solo a scopo di sussistenza. Per poter vendere o comprare i terreni è necessario stimarne l'area in modo da offrire un prezzo equo, come pure è necessario poter valutare da parte delle istituzioni, per esempio ai fini della tassazione, per non parlare delle dispute territoriali e del tracciamento di confini.
La classe di funzionari romani che si occupava dell'agrimensura e che era titolata e autorizzata a farlo era quella dei *mensores* (che in epoca cristiana si chiameranno *agrimensores*): non stupisce che questi uomini, oltre a una preparazione in fatto di giurisprudenza e tecnica agraria, avessero anche nel loro curriculum le nozioni di geometria indispensabili per le loro misurazioni. La geometria, anzi, era probabilmente considerata un argomento fin troppo elevato nel suo complesso, rispetto a quanto serviva realmente per il lavoro di agrimensore: scrive per esempio Agenio Urbico (IV secolo?) nel suo *Sulle dispute agrarie* (xx. 7-8):

> Dunque, di tutte le arti onorabili, che sono portate avanti in modo naturale o procedono dall'imitazione della natura, la geometria richiede come capacità di base il ragionamento: ardua e di difficile accesso all'inizio, deliziosa nella sua regolarità, piena di bellezza, inarrivabile nei suoi effetti. Perché con i suoi chiari metodi di ragionamento illumina il campo del pensie-ro razionale.

Naturalmente la geometria non era di sola pertinenza degli agrimensori: scrive Quintiliano (I secolo d.C.) nelle sue *Istituzioni di oratoria* (i. 9) a proposito del valore della geometria nell'educazione degli oratori, riferendosi chiaramente al carattere deduttivo della geometria (la sottolineatura è nostra) a dispetto di quanto solitamente si afferma a proposito dell'incapacità dei Romani di comprendere il pensiero deduttivo:

> E la conoscenza della geometria anche per se stessa entra frequentemente nelle cause (e infatti le controversie sono per confini e misure), ma ha un'altra più grande affinità con l'arte oratoria. Già, prima di tutto, è necessario quell'ordine alla geometria; forse, non anche all'eloquenza? La geometria, poi, arriva alle sue conclusioni dalle premesse, e prova, con ciò che è certo, l'incerto; o non è quello che facciamo noi, nel parlare? E che? quella conclusione delle questioni, che sono state prima poste, non si appoggia forse sul sillogismo? [...]. Spesso l'oratore con metodo geometrico coglie le falsità di certe cose che hanno tutta l'apparenza di essere vere. [...]. Sarà comunque particolarmente opportuno, a proposito [della geometria], il fatto che moltissime questioni, la cui soluzione è difficile per altre vie, come il criterio della divisibilità, la divisione all'infinito, il sistema di accelerazione, siano con dimostrazioni geometriche, spesso, risolti; di modo che, se l'oratore si trova a dover parlare di tutto, è chiaro che non vi può essere oratore senza conoscenza della geometria.

Sembra evidente da queste parole che il metodo geometrico è per Quintiliano il metodo ipotetico-deduttivo (che sulla base di premesse giunge a conclusioni esattamente come avviene in geometria). È anche interessante notare come Quintiliano sia chiaro nel precisare che la geometria ha questo ulteriore scopo "logico", oltre a quello ovvio di fornire strumenti di misura dei terreni da tenere presenti nelle cause civili.
Ma quale poteva essere un tipico problema matematico trattato dagli agrimensori? Per questo, e per altre curiosità ancora, non perdetevi il n. 39 con la seconda parte di quest'articolo...

Paolo Caressa
È nato a Roma, dove vive e lavora: dopo aver conseguito la laurea e il dottorato di ricerca in matematica, ha svolto attività di insegnamento e ricerca universitaria nel settore della geometria differenziale, per poi passare a svolgere consulenze per aziende di software. In seguito ha lavorato come analista quantitativo per un importante istituto di credito, sviluppando e implementando modelli matematici per la finanza. Attualmente si occupa di gestione di progetti software nell'ambito della sicurezza. Oltre ad alcuni lavori scientifici ha pubblicato articoli divulgativi (di matematica, informatica, letteratura), una *Piccola storia della matematica* (2010) per Alphatest e *Matemática escolar desde un punto de vista superior* (2011) per le edizioni UAM di Madrid.
www.caressa.it