Spread, bond e *derivati*: parole e formule per i nostri soldi

di Paolo Caressa

Negli ultimi tempi il gergo della finanza ha invaso la nostra vita: diffuse dai mezzi di comunicazione di massa, parole inquietanti come spread, bond, derivato e simili sembrano investire in modo drammatico l'economia "spicciola" di tutti i giorni, senza, peraltro, che se ne conosca bene il significato

In questo articolo scopriremo come molti di questi termini designino "numeri", riferiti in modi diversi ai nostri soldi, oggetto centrale dell'economia e della finanza: naturalmente non pretendiamo di esaurire l'argomento ma solo di "grattare" la punta dell'iceberg. Le formule che daremo, in particolare, sono puramente teoriche e non tengono conto dei costi di transazione, delle tasse, ecc.

Lo spread fa la differenza

Consideriamo il termine *spread*: in inglese questa parola indica il diffondersi di qualcosa (una malattia, la democrazia in un paese totalitario, una salsa sulla carne ecc). In finanza esistono diverse accezioni, ma lo *spread* denota sempre un numero che misura una *differenza fra altre due quantità*.

... se si vuole guadagnare ci si deve esporre a un rischio, e quanto maggiore è il rischio tanto maggiore è la possibilità di guadagno

Un esempio tipico viene dalle transazioni economiche, nelle quali qualcuno vende e qualcun altro compra: chi vende pone un prezzo minimo, al di sotto del quale non cede il suo bene; chi compra pone invece un prezzo massimo, che è disposto a pagare per il bene stesso. Queste due quantità si chiamano rispettivamente *ask* e *bid*, e lo *spread*, cioè la differenza *ask* – *bid*, si dice in questo caso *bid-ask spread*: dato che il *bid* è in genere minore dell'*ask*, il *bid-ask spread* misura la capacità della transazione di essere effettivamente portata a termine, detta in gergo *liquidità del mercato*.
Tuttavia l'accezione più famigerata (e, ahinoi, più attuale) del termine *spread* riguarda l'esempio dello *spread fra BTP e BUND*. In questo caso la differenza è fra il rendimento di titoli di stato di Paesi diversi della stessa zona euro, quello italiano e quello tedesco. Il BTP, infatti, è un "prodotto finanziario" emesso dallo Stato italiano, il cui orizzonte temporale è superiore ai dodici mesi (P sta per "pluriennale"), mentre il BUND è il suo analogo teutonico.
Chi compra un BTP investe una somma di denaro (che gli sarà interamente restituita alla scadenza del contratto) che lo Stato incassa immediatamente, e in cambio della quale corrisponde all'investitore un certo interesse ogni sei mesi, la *cedola*, per tutta la durata del contratto (di solito 3, 5, 10 o 30 anni). Ma perché lo Stato dovrebbe pagare un investitore con delle cedole e non con un semplice tasso di interesse a scadenza? Questo succede perché l'investitore si assume un rischio, legato per esempio

alla possibile insolvenza da parte dello Stato che emette il titolo: se questo va in bancarotta, infatti, nessuno restituirà agli investitori i soldi con i quali hanno comprato i titoli – come sa bene chi ha investito nei *bond argentini*. Per questo motivo il *rendimento* di un titolo di stato, calcolabile in funzione della cedola e di altri parametri che vedremo in seguito, è tanto più basso quanto più è affidabile lo stato stesso: in altri termini, più uno stato ha probabilità di essere insolvente, più convenienti saranno i tassi corrisposti, per attrarre gli investitori in modo che siano disposti a rischiare. Il principio generale, cioè, è che *non ci sono pasti gratuiti*: se si vuole guadagnare ci si deve esporre a un rischio, e quanto maggiore è il rischio tanto maggiore è la *possibilità* di guadagno.

Il tempo è denaro

I titoli di stato sono un esempio di *obbligazioni*: chi compra, ovvero l'investitore, offre un capitale iniziale che gli verrà restituito e, per aver "bloccato" i suoi soldi per un certo tempo, riceve un ritorno sotto forma di cedole. Chi vende, ovvero lo Stato, ha l'obbligo sia di rifondere il capitale alla fine del periodo di investimento, che di pagare le cedole: in cambio, può disporre di denaro liquido da utilizzare per i propri scopi. Le obbligazioni, più in generale, sono emesse anche da banche, società ed enti pubblici, per finanziare nell'immediato le proprie attività.
Se il possessore di una obbligazione (detta anche *bond*) ha necessità di riavere i suoi soldi prima della scadenza del contratto, può provare a vendere il bond a qualcun altro. Ma quanto deve farglielo pagare? In effetti, una volta che un'obbligazione è stata emessa, fino a che non scade ha un prezzo calcolabile con formule la cui complessità varia a seconda di quella dell'obbligazione stessa. L'esempio più semplice è quello di uno *zero coupon bond* (come i nostri BOT): in questo caso investiamo oggi una somma, in modo da ottenere fra un anno (o fra due, o fra dieci) la stessa somma più una percentuale, calcolata in base a un tasso di interesse. Si tratta, insomma, di un prestito. Per esempio, potremmo convenire con chi ci vende

Palazzo Mezzanotte, sede della borsa di Milano

l'obbligazione di versargli oggi 980 euro e di ricevere fra un anno 1000 euro: in questo caso il tasso è dato da 1000 – 980 = 20 cioè una percentuale del 2% del valore investito. Abbiamo applicato una formula molto semplice: indicata con S_V la somma versata dal sottoscrittore, e con S_R quella che gli viene rimborsata, abbiamo che

$$S_v = \frac{S_R}{1+r},$$

dove r è il tasso normalizzato fra 0 e 1 (nel nostro caso r = 0,02). L'idea è che vogliamo riscuotere una somma maggiore di quella investita (infatti $1 + r > 1$), come compensazione per aver bloccato i nostri soldi.
Supponiamo però di avere bisogno dei nostri soldi dopo sei mesi, e quindi di volere rivendere il bond: non lo rivenderemo a 980 euro, ma a un prezzo superiore, dato che il compratore incasserà dopo sei mesi i nostri 1000 euro; in altri termini ci faremo pagare i sei mesi nei quali abbiamo tenuto bloccato il nostro capitale. Dobbiamo quindi applicare la formula

$$\mathit{Prezzo} = \frac{S_R}{1+\frac{r}{2}},$$

dove r è dimezzato per rendere conto del lasso di tempo passato: il prezzo risulta quindi essere

$$\frac{1000}{1+0{,}01} = 990 \text{ euro.}$$

Nel caso in cui l'obbligazione paghi delle cedole, come succede per i BTP, la formula si complica, perché chi compra l'obbligazione in corso d'opera percepirà una parte delle cedole, ma non quelle emesse fino al momento dell'acquisto. In generale, il prezzo di un'obbligazione che ci corrisponderà n cedole semestrali si calcola con la seguente formula:

$$\mathit{Prezzo} = \frac{\mathit{Cedola}_1}{1+r} + \frac{\mathit{Cedola}_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{\mathit{Cedola}_n}{(1+r)^n} + \frac{S_R}{(1+r)^n}$$

Se poi le cedole hanno tutte lo stesso valore C possiamo scrivere, usando la formula per una progressione geometrica,

$$\begin{aligned}\mathit{Prezzo} &= \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{C}{(1+r)^n} + \frac{S_R}{(1+r)^n} \\ &= C\left(\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(1+r)^k} - 1\right) + \frac{S_R}{(1+r)^n} \\ &= C\,\frac{1-\dfrac{1}{(1+r)^n}}{r} + \frac{S_R}{(1+r)^n}\end{aligned}$$

Calcoliamo, ad esempio, il prezzo di un BTP che rende 1000 euro alla scadenza di 10 anni, le cui cedole forniscono annualmente il 6% della somma rimborsata (cioè

$$C = 1000 \times \frac{0{,}06}{2} = 30,$$

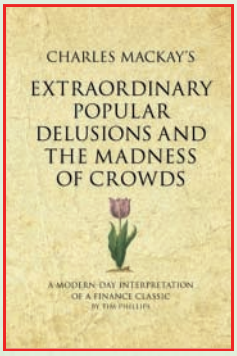
dove dividiamo per due dato che le cedole sono semestrali), e supponiamo che il tasso di rendimento annuo r sia del 7%: ciò vuol dire che l'investimento necessario per acquistarlo (ovvero il suo prezzo) è

$$\mathit{Investimento} = 30\,\frac{1-\dfrac{1}{(1+0{,}07/2)^{2\times 10}}}{0{,}07/2} + \frac{1000}{(1+0{,}07)^{2\times 10}} = 929$$

Nella realtà le cose vanno, manco a dirlo, al contrario: non viene comunicato agli investitori il tasso di rendimento r, ma solo il valore dell'investimento richiesto (cioè il prezzo necessario per ricevere, alla scadenza, una data somma

Buoni o cattivi?

I derivati, esattamente come molte altre diavolerie del mondo moderno, non sono in sé strumenti positivi o negativi, ma è l'uso che se ne fa che lo è. In effetti, diverse volte nella storia dell'economia, a partire dal XVII secolo, i derivati sono stati vietati in numerosi Stati, sia in Europa, sia in Giappone, sia negli Stati Uniti (per esempio nel 1936).
Un esempio classico di contratti *forward* riguarda la celebre vicenda della "tulipano-mania" che afflisse l'Olanda nel XVII secolo, documentata in un libro dal titolo significativo *Resoconti di straordinarie delusioni popolari e della follia delle masse* di Charles Mackay, pubblicato nel 1841. Nel Seicento, l'Olanda era una delle superpotenze mondiali, e amministrava molte colonie tanto da fondare, nel 1621, la *Compagnia delle Indie Orientali*, una organizzazione a fine di lucro e dalla dubbia moralità. In ogni caso, fra gli Olandesi fiorì, è il caso di dirlo, il commercio dei bulbi di tulipani, che divenne una vera mania: la richiesta fu tale che i prezzi salirono alle stelle, fino a gonfiare una bolla speculativa che mandò in rovina numerosi patrimoni nel febbraio del 1637. Al centro della febbre dei bulbi non ci furono tanto le compravendite dei bulbi stessi, ma quelle di contratti *forward* che alla fine non poterono essere onorati per il crollo dei prezzi. Nel libro di Mackay, la cui obiettività è disputata, si trovano esempi parossistici della rovina in cui incorsero molti investitori.



La copertina del libro di Charles Mackay

S_R) e il tasso delle cedole; per calcolare il tasso di rendimento l'investitore deve quindi estrapolare r dalla formula precedente. Con riferimento al nostro esempio, cioè, chi vende dice a chi compra: se tu mi dai 929, io tra 10 anni ti do 1000 e fino ad allora, ogni 6 mesi, ti do 30. Con questi dati, la formula consente di calcolare r.
Naturalmente, dal punto di vista dello Stato che emette il BTP, minore è il tasso di rendimento e meglio è, mentre maggiori sono le cedole da staccare, peggio è: per questo motivo non si considera in buona salute uno Stato i rendimenti dei cui titoli siano buoni, come pure è un segno di problemi economici il fatto che questi titoli siano venduti con cedole relativamente alte. La misura dello "stato di salute" si ottiene, appunto, mediante lo *spread* tra il tasso di rendimento dei titoli del Paese in esame e quello dei titoli emessi da uno Stato di riferimento, considerato "sano". Se, per esempio, il tasso di rendimento di uno dei nostri BTP è il 7%, mentre quello di un BUND è il 2%, lo spread risulta essere di 7 – 2 = 5 punti percentuali o, come piace alla stampa, di 500 punti base, una sorta di "limite psicologico" delle cattive acque in cui navighiamo...

Doveri e diritti: i derivati

Le obbligazioni, come dice la parola, comportano un "dovere" da parte di uno dei due contraenti. Esiste poi un altro tipo di oggetti finanziari, dalla teoria matematica molto più complicata, che comporta solo "diritti": si tratta delle *opzioni* che, di nuovo come dice la parola, consentono di comprare il diritto a fare qualcosa sul mercato, per esempio comprare o vendere a un prezzo fissato in precedenza. Queste opzioni sono esempi tipici dei famigerati *prodotti derivati*.
Un derivato deve il suo nome al fatto di essere uno strumento finanziario il cui valore dipende dal valore di altre grandezze (i *sottostanti*), e quindi "deriva" da queste: tipicamente, un derivato dipende dal valore di una o più azioni, da tassi di interesse, dal *default* di una azienda o di uno Stato, da altri derivati, ecc.
Un esempio molto semplice di derivato è un *forward*: supponiamo che una azienda abbia relazioni commerciali con gli USA e che, conseguentemente, sia esposta ai capricci del cambio euro/dollaro. Sapendo che fra un anno sarà necessario comprare materie prime in dollari, l'azienda potrebbe volersi cautelare dal rischio che il cambio divenga particolarmente sfavorevole: per questo trova qualcuno, solitamente una banca, disposto ad accollarsi il rischio in cambio di una percentuale. A questo scopo compra un *forward* (il derivato) sul cambio euro/dollaro (il sottostante) con scadenza un anno: ciò vuol dire che fra un anno l'azienda comprerà, in euro, i dollari che le servono dalla banca al prezzo pattuito ora (*strike*). Naturalmente, un anno dopo la banca dovrà reperire i dollari sul mercato, pagandoli col loro prezzo del momento (*spot*), e quindi dovrà sborsare o intascare la differenza a seconda che lo spot sia maggiore o minore dello strike.
Comprare un *forward* serve quindi a *coprire un proprio rischio*, mentre venderlo potrebbe servire a *speculare sul rischio altrui* (vedi box). Cerchiamo quindi di capire qual è il prezzo che l'azienda deve pagare alla banca per coprire il proprio rischio: consideriamo la quantità sottostante al derivato (nel nostro caso il valore del cambio euro/dollaro) e chiamiamola S_0: questo è il valore del sottostante ad oggi, all'istante t_0 nel quale si stipula il contratto. Fra un anno, all'istante t_1, il valore sarà cambiato e supponiamo per semplicità che possa assumere solo due possibili valori, U_1 oppure V_1, non necessariamente equiprobabili. Indicata con p la probabilità che al tempo t_1 si abbia U_1, quella che si abbia V_1 è $q = 1 - p$. Introducendo i numeri $u = \frac{U_1}{S_0}$ e $d = \frac{V_1}{S_0}$

possiamo supporre, a meno di rinominare U_1 e V_1, che si abbia $d < u$. Inoltre, se r è il tasso di interesse (cioè investendo 1 euro al tempo t_0 ne ricaviamo $1 + r$ al tempo t_1), supponiamo che

$$d < 1 + r < u$$

Se ora K è lo *strike* del *forward*, cioè il prezzo che al tempo t_0 conveniamo di fissare per il sottostante quando

Manifestazione contro la crisi economica

verrà l'istante t_1, e S è lo *spot*, cioè il prezzo effettivo al tempo t_1, il valore al tempo t_1 del contratto è $S - K$. Ma qual è questo valore al tempo t_0? La risposta è data dalla formula seguente:

$$\textit{Prezzo} = \frac{1}{1+r}\left(\frac{1+r-d}{u-d}(U_1 - K) + \frac{u-1-r}{u-d}(V_1 - K)\right)$$

Piuttosto che discuterla in generale, capiamone il senso in un caso particolare. Supponiamo che

$$S_0 = 5€ \quad u = 2 \quad d = \frac{1}{2} \quad r = \frac{1}{4} \quad K = 4€$$

Ne segue che $U_1 = uS_0 = 10$ euro e $V_1 = dS_0 = 2{,}5$ euro . Supponiamo di essere la banca che deve coprire il rischio dell'azienda: partiamo, al tempo t_0, da un capitale iniziale X_0, per esempio 1 euro; compriamo inoltre una certa quantità Δ di sottostante, nel nostro caso $\Delta = 0{,}96$, chiedendo in prestito $\Delta \times S_0 = 4{,}8$ euro al tasso r. Al tempo t_1 avremo quindi un bilancio di $X_0 - (1 + r)\,\Delta \times S_0 = -5$ euro, ma avremo anche il sottostante, ora pari a $U_1 = 10$ euro oppure $V_1 = 2{,}5$ euro a seconda dei casi, dunque il nostro bilancio sarà di $-5 + 10 = 5$ euro oppure $-5 + 2{,}5 = -2{,}5$ euro a seconda dei casi, *cioè esattamente il valore forward* al tempo t_1: $U_1 - K = 10 - 5 = 5$ euro oppure $V_1 - K = 2{,}5 - 5 = -2{,}5$ euro a seconda dei casi! Dunque abbiamo replicato il *forward* usando un capitale iniziale X_0 e un prestito, avendo sostenuto come unica spesa X_0, che quindi è l'unico prezzo equo al quale far pagare il contratto. In effetti la formula precedente, in questo caso, restituisce esattamente 1 euro come prezzo del *forward*.
Un altro esempio di *opzione* è una *call*, cioè un contratto che dà il diritto (ma non sancisce l'obbligo) di comprare al prezzo di *strike* il sottostante. In effetti, sempre pensando alla nostra azienda esposta al rischio di cambio, se il cambio al tempo t_1 si rivela in realtà favorevole, è più conveniente comprare al prezzo reale che farlo al prezzo di *strike*: una *call* lo consente, evitando quindi di dover eventualmente pagare un prezzo maggiore di quello reale.

Mentre il *payoff* (cioè la formula che fornisce il rendimento/perdita) di un *forward* è $S - K$, quello di una *call* è quindi max $(S - K, O)$, dato che il valore è nullo se lo *strike* è maggiore dello *spot*: in questo caso l'opzione non viene esercitata e quindi è stata un acquisto "inutile" (con il senno di poi, ovviamente!). Nell'esempio precedente, con gli stessi dati, un ragionamento analogo condotto per la *call* conduce al prezzo di 2 euro. Non deve stupire che una *call* costi più di un *forward*, dato che offre qualcosa in più: chi la vende fa in questo caso pagare la sua rinuncia a giovarsi della situazione di mercato favorevole che rende la copertura inutile. Discorso analogo vale per la *put*, che dà il diritto a comprare qualcosa a una certa data al prezzo stabilito oggi, e il cui *payoff* è max $(K - S, O)$: il valore di una *call* e di una *put* sono collegati da una relazione matematica chiamata *parità call-put*, che vi risparmiamo.
Poniamo piuttosto l'accento su un fatto sorprendente: *l'effettiva probabilità di verificarsi del valore* U_1 *piuttosto che* V_1 *non ha alcun rilievo*. In altri termini, anche se gli eventi non sono equiprobabili, le rispettive probabilità non influenzano il valore del prodotto finanziario basato su quel sottostante.
Notiamo infine che questi ragionamenti dipendono da un'ipotesi semplicistica, cioè che il prezzo al tempo t_1 del sottostante possa avere solo due valori possibili. Nella realtà non è così, e tuttavia lo stesso tipo di ragionamento si applica al caso generale: ciò perché il modello a due valori sottintende una *distribuzione probabilistica binomiale*, che può essere utilizzata per approssimare la *distribuzione normale*, quella del caso con un numero qualsiasi di valori. Nel caso generale, l'analogo della formula del prezzo per uno strumento derivato è la celeberrima formula di Black-Scholes-Merton, per la quale questi economisti sono stati insigniti del Nobel nel 1997.

Glossario

spread > **un numero che misura una *differenza fra altre due quantità*.**
obbligazione (o **bond**) > **un titolo di debito emesso da società o enti pubblici che attribuisce al suo possessore il diritto al rimborso del capitale prestato all'emittente alla scadenza più un interesse su tale somma (esempio: BOT, BTP, BUND)**
cedola di una obbligazione > **l'interesse corrisposto periodicamente (nel caso del BTP con cadenza semestrale)**
opzione > **un contratto che conferisce al possessore il diritto, ma non l'obbligo, di fare qualcosa sul mercato, per esempio comprare o vendere a un prezzo fissato in precedenza (esempio: *forward, call, put*).**
derivato > **uno strumento finanziario il cui valore dipende dal valore di altre grandezze (i *sottostanti*) (esempio: opzione)**

Paolo Caressa
È nato a Roma, dove vive e lavora: dopo aver conseguito la laurea e il dottorato di ricerca in matematica, ha svolto attività di insegnamento e ricerca universitaria nel settore della geometria differenziale, per poi passare a svolgere consulenze per aziende di software. In seguito ha lavorato come analista quantitativo per un importante istituto di credito, sviluppando e implementando modelli matematici per la finanza. Attualmente si occupa di gestione di progetti software nell'ambito della sicurezza. Oltre ad alcuni lavori scientifici ha pubblicato articoli divulgativi (di matematica, informatica, letteratura), una *Piccola storia della matematica* (2010) per Alphatest e *Matemática escolar desde un punto de vista superior* (2011) per le edizioni UAM di Madrid.
www.caressa.it