

<b>I</b>	<b>Prolegomeni di Algebra, Analisi e Topologia</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Insiemi</b>	<b>1</b>
1.1	Un sistema di assiomi . . . . .	1
1.2	Ordinamento e Lemma di Zorn . . . . .	6
1.3	Numeri ordinali e cardinali . . . . .	9
1.4	Categorie e funtori . . . . .	17
<b>2</b>	<b>Topologie</b>	<b>24</b>
2.1	Spazi topologici . . . . .	24
2.2	Spazi compatti . . . . .	32
2.3	Spazi normali e generalizzazioni della compattezza . . . . .	38
2.4	Spazi connessi e localmente connessi . . . . .	44
2.5	Spazi semplicemente connessi . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Metriche</b>	<b>57</b>
3.1	Spazi metrici . . . . .	57
3.2	Spazi metrici completi . . . . .	62
3.3	Categorie di spazi metrici . . . . .	68
3.4	Spazi metrici compatti . . . . .	71
3.5	Teorema di Ascoli–Arzelà . . . . .	75
<b>4</b>	<b>Misure</b>	<b>81</b>
4.1	Algebre di insiemi e spazi di misura . . . . .	81
4.2	Completamenti ed estensioni di misure . . . . .	86
4.3	Integrazione . . . . .	91
4.4	Misure con segno, complesse e misure prodotto. . . . .	99
4.5	Misure di Borel, Radon e integrale di Stieltjes. . . . .	108
4.6	Spazi $L^p$ . . . . .	113
<b>5</b>	<b>Gruppi, algebre e rappresentazioni</b>	<b>118</b>
5.1	Gruppi . . . . .	118
5.2	Azioni di gruppi . . . . .	123
5.3	Rappresentazioni di gruppi . . . . .	129
5.4	Algebra di gruppo . . . . .	141
5.5	Algebre associative . . . . .	147
5.6	Appendice: Cenni di algebra tensoriale . . . . .	157
5.6.1	Algebra tensoriale . . . . .	157
5.6.2	Algebra simmetrica . . . . .	161
5.6.3	Algebra esterna . . . . .	165

<b>II</b>	<b>Analisi Funzionale</b>	<b>173</b>
<b>6</b>	<b>Spazi normati ed operatori lineari</b>	<b>175</b>
6.1	Spazi di Hilbert e di Banach . . . . .	175
6.2	Somme e complementi ortogonali . . . . .	182
6.3	Funzionali lineari . . . . .	187
6.4	Operatori lineari . . . . .	191
6.5	I tre principi di Banach . . . . .	198
<b>7</b>	<b>Spazi di Hilbert e teoria di Fourier</b>	<b>208</b>
7.1	Basi ortonormali negli spazi di Hilbert . . . . .	208
7.2	Operatori di proiezione negli spazi di Hilbert . . . . .	213
7.3	Serie di Fourier . . . . .	220
7.4	Integrale di Fourier . . . . .	228
<b>8</b>	<b>Spazi vettoriali topologici</b>	<b>236</b>
8.1	Topologie e seminorme . . . . .	236
8.2	Dualità e topologie deboli . . . . .	242
8.3	Compattezza e convessità . . . . .	248
8.4	Distribuzioni . . . . .	254
8.5	Trasformata di Fourier di funzioni differenziabili . . . . .	263
8.5.1	Appendice: l'integrale di Gauss . . . . .	270
8.6	Distribuzioni temperate . . . . .	272
<b>9</b>	<b>Algebre di Banach e C*-algebre</b>	<b>281</b>
9.1	Algebre di Banach . . . . .	281
9.2	L'algebra $C(X)$ . . . . .	288
9.3	Spettro e risolvente . . . . .	298
9.4	Morfismi e quozienti . . . . .	306
9.5	Teorema di Gel'fand–Najmark . . . . .	313
9.6	Appendice: elementi di analisi complessa . . . . .	319
9.6.1	Funzioni e integrali complessi . . . . .	320
9.6.2	Sviluppi in serie di potenze . . . . .	324
9.6.3	Continuazione Analitica . . . . .	329
9.6.4	Residui . . . . .	333
<b>10</b>	<b>Teoria spettrale</b>	<b>340</b>
10.1	Teorema della Mappa Spettrale . . . . .	340
10.2	Calcolo funzionale continuo . . . . .	349
10.3	Calcolo funzionale boreliano . . . . .	357
10.4	Misure spettrali . . . . .	365

10.5	Operatori compatti, Hilbert–Schmidt e nucleari . . . . .	377
<b>11</b>	<b>Algebre di von Neumann</b>	<b>391</b>
11.1	Misure e Rappresentazioni . . . . .	391
11.2	Sottoalgebre commutative massimali in $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ . . . . .	402
11.3	Topologie ultradeboli e ultraforti. . . . .	411
11.4	Teoremi di Densità . . . . .	418
11.5	Cenni sulla teoria dei fattori . . . . .	426
<b>12</b>	<b>Teoria delle rappresentazioni</b>	<b>431</b>
12.1	Irriducibilità di rappresentazioni . . . . .	431
12.2	Stati e rappresentazioni . . . . .	441
12.3	Il teorema di Gel’fand–Najmark–Segal . . . . .	452
12.4	Stati puri e rappresentazioni irriducibili . . . . .	463
12.5	Rappresentazioni di operatori compatti . . . . .	472
<b>13</b>	<b>Operatori non limitati</b>	<b>479</b>
13.1	Chiusura di operatori . . . . .	479
13.2	Estendibilità di operatori . . . . .	487
13.3	Un esempio: la derivata in $L^2[0, 1]$ . . . . .	494
13.4	Teoria delle perturbazioni . . . . .	499
13.5	Un esempio: Il laplaciano in $\mathbb{R}^3$ . . . . .	506
<b>III</b>	<b>Gruppi, Operatori e Quantizzazione</b>	<b>513</b>
<b>14</b>	<b>Gruppi topologici</b>	<b>515</b>
14.1	Gruppi topologici e misure di Haar . . . . .	515
14.2	Gruppi compatti e rappresentazioni . . . . .	522
14.3	Gruppi a un parametro e teorema di Stone . . . . .	533
14.4	Vettori analitici . . . . .	548
14.5	Gruppi commutativi e dualità di Pontriagin . . . . .	554
<b>15</b>	<b>Gruppi classici</b>	<b>561</b>
15.1	Gruppi di matrici. . . . .	561
15.2	Semplice connessione e Spin . . . . .	568
15.3	Esponenziale di matrici . . . . .	576
15.4	Coordinate canoniche sui gruppi classici . . . . .	583
15.5	Varietà differenziabili . . . . .	589
<b>16</b>	<b>Gruppi e algebre di Lie</b>	<b>595</b>
16.1	Gruppi di Lie . . . . .	595

16.2	Funtore di Lie . . . . .	599
16.3	Algebre di Lie, rappresentazioni e coomologia . . . . .	612
16.4	Teorema di Nelson . . . . .	625
<b>17</b>	<b>Sistemi quantistici</b>	<b>630</b>
17.1	Stati ed osservabili . . . . .	630
17.2	Gruppi di simmetria . . . . .	640
17.3	Rappresentazioni del gruppo di Lorentz . . . . .	651
17.4	Equazione di Dirac . . . . .	660
<b>18</b>	<b>Quantizzazione canonica</b>	<b>667</b>
18.1	Formalismo canonico . . . . .	667
18.2	Rappresentazione di Schrödinger . . . . .	673
18.3	Teorema di Stone–von Neumann . . . . .	680
18.4	Regole di commutazione e completa riducibilità . . . . .	685
<b>19</b>	<b>Seconda quantizzazione</b>	<b>694</b>
19.1	Prodotti tensoriali e limiti induttivi. . . . .	694
19.2	Rappresentazione di Fock . . . . .	703
19.3	Caratterizzazioni della rappresentazione di Fock . . . . .	710
19.4	Teorema di Gårding–Wightman . . . . .	718
19.5	Sul concetto di campo . . . . .	723