

# Grattacieli e crisi economiche

Paolo Caressa

Sempre più spesso i modelli matematici, specie quando sono applicati a sistemi complessi come quelli meteorologici, biologici, economici, etc., rinunciano esplicitamente alla descrizione causale dei fenomeni per sostituirla con una descrizione non deterministica e probabilistica: potremmo dire che dalla *causalità* si è passati alla *casualità*... Più precisamente, il concetto di relazione causale si generalizza nel concetto di correlazione: due eventi sono correlati se ciascuno influenza l'altro, e la stima di questa influenza si può effettuare con dei calcoli empirici, misurando gli effetti lineari di un evento sull'altro.

Determinare la correlazione fra eventi richiede semplicemente la misurazione di occorrenze diverse dei due eventi ai medesimi istanti. Per esempio si potrebbe cercare una correlazione tra il prodotto interno lordo di un paese e il tasso di inflazione, ma anche tra il consumo di alcolici e l'insorgere di patologie epatiche, fra l'indice di abbandono scolastico e il tasso di criminalità nei centri urbani o persino tra l'altezza dei grattacieli e l'insorgere di crisi economiche.

Per quanto possa sembrare bizzarro, l'ultimo esempio è stato oggetto di studio da parte di alcuni economisti negli ultimi dieci anni!

## 1. Correlazione e causalità

La relazione di causa-effetto fra due fenomeni,  $X$  e  $Y$  sancisce che *in presenza di  $X$  si ha necessariamente la presenza di  $Y$  e, viceversa, mancando  $Y$ , viene a mancare anche  $X$* . Diciamo che  $X$  è la *causa* di  $Y$  in questo caso, e che  $Y$  ne è l'*effetto*.

In teoria, per verificare che  $X$  causa  $Y$  è quindi necessario verificare che *ogni* volta che si verifica  $X$  si verifica anche  $Y$ , cioè, equivalentemente, che in assenza di  $Y$  deve mancare anche  $X$ . Evidentemente una tale verifica è impossibile empiricamente: a meno di non avere la possibilità di verificare tutti i possibili casi di occorrenze dei due fenomeni in questione, non possiamo dedurre che  $X$  causa  $Y$ . In altri termini, se è vero che la presenza di  $X$  ha sempre implicato la presenza di  $Y$  fino a un dato istante, nulla ci garantisce che sarà ancora così.

La critica filosofica al principio di causa-effetto risale almeno al Settecento, per esempio il filosofo scozzese David Hume esibì delle penetranti osservazioni in proposito. E tuttavia, il principio di causa-effetto ha continuato a essere utilizzato per tutto l'Ottocento nei modelli matematici deterministici del mondo reale. Tuttavia molti fenomeni non si prestano a questa modellizzazione, e richiedono modelli probabilistici.

In quest'ultimo caso, piuttosto che stabilire un legame causale fra due fenomeni  $X$  e  $Y$ , si calcola la loro *correlazione*  $\rho_{XY}$ , che si esprime come

$$\rho_{XY} = \frac{\overline{[(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})]}}{\sigma_X \sigma_Y}$$

dove il simbolo  $\bar{Z}$  indica il valore atteso della quantità  $Z$  (in pratica la media dei suoi valori) e  $\sigma_Z$  denota la *deviazione standard*, che misura la dispersione delle misurazioni di  $Z$  rispetto alla sua media. In altre parole, la correlazione è direttamente proporzionale alla media degli scarti delle quantità  $X$  e  $Y$ , ed inversamente proporzionale alle dispersioni dei valori di queste quantità attorno alle loro medie (si noti che se una delle quantità assume sempre lo stesso valore, cioè non ha affatto dispersione ma coincide con la propria media, sia il numeratore che il denominatore si annullano e il calcolo della correlazione perde senso).

### Come si calcola la correlazione

Supponiamo di disporre di misurazioni dei due fenomeni in certi istanti passati: precisamente, supponiamo di avere  $N$  istanti  $t_1, \dots, t_N$  nei quali abbiamo misurato entrambi i fenomeni, ottenendo le due serie di misure (che per semplicità supponiamo si riducano ciascuna alla rilevazione di un numero)  $X_1, \dots, X_N$  e  $Y_1, \dots, Y_N$ . Sulla base di questi dati, gli statistici stimano la correlazione fra i due eventi per mezzo della seguente formula:

$$\rho_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

Questa formula apparentemente complicata è facilmente programmabile su un calcolatore (per esempio Excel la mette a disposizione), il che consente di calcolare la correlazione fra eventi per i quali si siano raccolti un numero ingente di misurazioni, per esempio rilevazioni di indici azionari, valori meteorologici, numero di accessi a social network, etc. Al numeratore compare la somma dei prodotti degli scarti medi delle due serie di misure, vale a dire a ciascuna misura  $X_i$  viene sottratta la media dei valori  $X_1, \dots, X_N$ , cioè la quantità  $\sum_{i=1}^N X_i / N$ , e a ciascuna misura  $Y_i$  viene sottratta la media dei valori  $Y_1, \dots, Y_N$ , cioè  $\sum_{i=1}^N Y_i / N$ . A denominatore invece figurano le radici quadrate delle somme degli scarti quadratici medi delle due serie di misure. Come si vede da queste formule, *il calcolo della correlazione dipende sensibilmente dalla serie dei valori registrata per le due quantità  $X$  e  $Y$ .*

Il coefficiente di correlazione è un numero reale compreso fra  $-1$  e  $+1$ : quando è  $0$  vuol dire che le due quantità non sono linearmente correlate, quando è  $-1$  vuol dire che le quantità sono anticorrelate, cioè l'una ha l'andamento opposto dell'altra, quando è  $+1$  vuol dire che le quantità sono correlate, cioè hanno esattamente lo stesso andamento.

In generale un valore positivo della correlazione indica che le due fenomeni tendono ad avere lo stesso comportamento, in modo sempre più netto quanto più la correlazione tende a  $+1$ , mentre una correlazione negativa indica la tendenza ad avere il comportamento opposto.

Un paio di esempi potranno chiarire la questione. Supponiamo di avere tre quantità  $X, Y, Z$  per le quali, tre misurazioni abbiano dato luogo alle seguenti serie:  $X_1 = 1, X_2 = 0.5, X_3 = 1$ ;  $Y_1 = 10, Y_2 = 5, Y_3 = 10$ ;  $Z_1 = 1, Z_2 = 2, Z_3 = 1$ . A conti fatti troviamo che  $\rho_{XY} = 1$  e  $\rho_{XZ} = \rho_{YZ} = -1$ . E in effetti l'andamento della serie  $X$  e della serie  $Y$  è lo stesso, infatti sono legate dalla relazione lineare  $2X = Y$ , mentre l'andamento della serie  $X$  e della serie  $Z$  è l'opposto, e infatti quando  $X$  si dimezza  $Z$  raddoppia e viceversa.

Consideriamo ora due fenomeni  $X$  e  $Y$  che possano misurarsi solo con i valori  $0$  e  $1$ , e immaginiamo che un valore  $0$  voglia dire che il fenomeno non si verifica e il valore  $1$  che si verifica. Se  $X$  causa  $Y$ , allora ogni volta che  $X = 1$  anche  $Y = 1$ : per esempio  $X$  potrebbe essere il fenomeno "piove" e  $Y$  il fenomeno "la strada è bagnata". La pioggia è causa di una strada bagnata, ma ovviamente non la sola. Per esempio supponiamo di avere misurato tre volte i due fenomeni: una volta pioveva, e la strada era bagnata; un'altra volta non pioveva e la strada non era bagnata; un'altra volta non pioveva ma la strada era bagnata (perché un idrante era rotto). Le serie sono dunque  $X_1 = 1, X_2 = 0, X_3 = 0$ ;  $Y_1 = 1, Y_2 = 0, Y_3 = 1$ . La correlazione fra i due fenomeni, stanti questi dati, è di  $0.5$ .

In generale una relazione di causa effetto fra i due fenomeni implica una correlazione non negativa, ma non necessariamente una correlazione pari a uno: quest'ultimo caso si verifica solo se  $X$  è l'unica causa di  $Y$ .

In questo senso diciamo che la correlazione generalizza la causalità, in quanto quest'ultima genera una correlazione positiva fra i due eventi. Ma attenzione: la presenza di una correlazione positiva *non* implica necessariamente un nesso causale (abbiamo appena il tempo di menzionare il fatto che il premio nobel per l'Economia Clive Granger ha definito un test statistico di "causalità" fra due eventi, basandosi su una idea dovuta al grande matematico Norbert Wiener).

## 2. I cicli economici...

La correlazione è una delle quantità che viene bene calcolare quando si dispone di grandi masse di dati rilevati misurando fenomeni diversi, e un esempio tipico è l'Economia. La misurazione di indicatori economici e finanziari produce al giorno d'oggi, mercé i computer e le reti di computer, un diluvio di dati rilevati anche con frequenze altissime, uno ogni minuto per esempio. Questo consente di compilare lunghissime liste di rilevazioni e di studiare le correlazioni fra i fenomeni che hanno generato quei numeri.

Uno dei fenomeni che interessano maggiormente gli economisti è il *ciclo economico*, cioè l'alternarsi periodico, ma non sempre con lo stesso periodo, di fasi espansive e recessive nelle economie di singoli paesi o nelle economie globali. Per esempio negli ultimi anni le economie europee stanno vivendo una fase recessiva, che per alcuni paesi è già passata, per altri è ancora presente. Finita la recessione riprenderà una fase di espansione economica fino al punto in cui una nuova recessione si verificherà e così via.

### Cicli economici e correlazione

La moderna teoria dei cicli economici è esposta nel celebre libro di Arthur Burns e Wesley Mitchell, *Measuring Business Cycles* (1946): l'idea di base è che gli indicatori macroeconomici tendono a muoversi assieme, insomma presentano delle correlazioni. Per esempio, in una fase di espansione economica, non solo aumenta la produzione ma anche l'occupazione (o se si vuole la produzione è anticorrelata alla disoccupazione) e, viceversa, in una fase recessiva la produzione cala e la disoccupazione cresce, come drammaticamente sperimentato negli ultimi anni anche in Italia. Secondo la definizione di Burns e Mitchell, una fase del ciclo economico si connota come recessiva se per almeno sei mesi la maggior parte degli indicatori economici decresce. Le cause dei cicli economici sono molteplici e non tutti gli economisti concordano sul loro peso, così che la teoria dei cicli economici rimane in gran parte una misurazione empirica di correlazioni senza che sia chiaro se, dietro di esse, ci siano realmente delle relazioni causali con indicatori misurabili.

Poiché questi cicli economici influiscono drammaticamente sulla vita quotidiana dei cittadini e delle imprese, è importante cercare di capirli e possibilmente cercare di trovare dei fattori correlati all'insorgere delle crisi, in modo da correre per tempo ai ripari. Solitamente le grandezze che si correlano all'andamento del ciclo economico sono indicatori economici e finanziari come il prodotto interno lordo, il tasso di inflazione, etc.

## 3. ... e i grattacieli!

Una delle più singolari spiegazioni per le recessioni economiche è stata proposta nel 1999 da Andrew Lawrence, un analista finanziario che pubblicò un rapporto di ricerca nel quale poneva in correlazione le altezze dei grattacieli e l'insorgere delle crisi economiche. Precisamente, Lawrence considera i seguenti due fenomeni misurabili:  $X$  è l'elenco delle date in cui è stato costruito un

grattacielo più grande di tutti quelli fino ad allora esistenti;  $Y$  è l'elenco delle date in cui sono scoppiate le crisi economiche globali.

Gli eventi citati da Lawrence sono per esempio la coincidenza fra la costruzione del Singer Building e il "panico dei banchieri" del 1907, una crisi che durò un paio d'anni recando danni enormi alla borsa di New York. Un altro esempio è la costruzione dell'Empire State Building a ridosso della Grande Depressione del 1929. Anche la costruzione del World Trade Center e delle Sears Towers avvenne in coincidenza con la crisi petrolifera e azionaria del 1973. Un ulteriore e significativo esempio è la costruzione delle Petronas Twin Tower in Malesia proprio in corrispondenza della "crisi delle tigri asiatiche" del 1997.

Naturalmente si pone il problema della plausibilità di questa ipotesi: la questione è stata studiata da economisti di tutto rispetto, come Mark Thornton, che in un articolo del 2005 ha sostenuto la validità dell'ipotesi di Lawrence, proponendo un nesso fra gli indicatori economici e i fattori che spingono alla costruzione dei grattacieli, e le tecnologie che li rendono possibili.

In sostanza Thornton lega al calo del tasso di interesse, tipico della fase espansiva dei cicli economici la necessità e la possibilità di costruire un grattacielo più alto di tutti quelli attualmente esistenti. In primo luogo l'impatto dei tassi di interesse sul valore dei terreni e dei capitali: l'idea è che in una fase espansiva dell'economia, con i tassi che tendono a scendere, il prezzo dei terreni tende a salire e quindi si cerca di costruire "in verticale" più che in orizzontale. Un'altra conseguenza del calo dei tassi di interesse è l'espansione delle imprese, che possono permettersi uffici centrali nelle grandi capitali finanziarie, spesso ubicati in grattacieli per motivi di convenienza e prestigio. Infine, Thornton evidenzia come nelle fasi positive del ciclo economico le innovazioni tecnologiche mettono a disposizione tecniche più efficienti per costruire anche i grattacieli.

Naturalmente queste sono tutte "spiegazioni" a posteriori: come abbiamo detto determinare una correlazione fra eventi non consente di dedurre un nesso causale.

C'è da dire che altri hanno studiato in modo critico, per non dire scettico, la questione: un recente lavoro (Barr, Mizrach, Mundra, *Skyscraper Height and the Business Cycle: International Time Series Evidence*, 2011), dati alla mano, laddove Thornton si limita a spiegazioni teoriche, sembra ridimensionare drasticamente il "potere predittivo" dell'altezza dei grattacieli sulle crisi economiche.

#### 4. La parola ai numeri

Non c'è nulla di male se anche noi proviamo a trattare, matematicamente, la questione, calcolando la correlazione fra la costruzione di grattacieli da record e l'inizio delle crisi economiche. Si tratta di applicare quanto detto prima a dei dati facilmente reperibili su Internet: quello che abbiamo fatto (e che il lettore curioso potrà trovare in dettaglio nella pagina internet <http://www.caressa.it/dati/skyscraper.html>) è stato considerare l'elenco degli anni delle principali crisi economiche a partire dal 1901 e l'elenco degli anni in cui è stato costruito un grattacielo più alto degli altri, ottenendo così una lista di date  $t_1, \dots, t_N$ . Poi abbiamo costruito due serie numeriche, una  $X_1, \dots, X_N$  dove  $X_k = 1$  se in quell'anno c'è stata una crisi economica e  $X_k = 0$  altrimenti, e un'altra  $Y_1, \dots, Y_N$  dove  $Y_k = 1$  se in quell'anno è stato costruito un grattacielo più alto di quelli esistenti e  $Y_k = 0$  altrimenti. Il risultato della correlazione fra queste due serie numeriche è molto deludente: un valore di circa  $-0,22$ , cioè una lieve anticorrelazione! A pesare su questo risultato sono le molte crisi economiche occorse negli ultimi venti anni del ventesimo secolo a fronte delle quali nessun record di altezza di grattacieli è stato battuto: limitandosi agli anni prima del 1980, e correlando le altezze dei grattacieli con la presenza di crisi economiche, la correlazione diviene quella notata da Lawrence.

Da matematici non possiamo quindi condividere gli allarmi che qualcuno ha lanciato per la costruzione in Cina del prossimo grattacielo Sky City a Changsha (838 metri)!